Simulare Evaluare Naţională 2020

Probă scrisă la matematică

Varianta 6

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

SUBIECTUL I

- **Se punctează doar rezultatul: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.**

SUBIECTUL al II-lea și SUBIECTUL al III-lea

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea punctajului obţinut la 10.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	2	**5p**
2.	$2,(1)$	**5p**
3.	6	**5p**
4.	$67^\circ 30'$	**5p**
5.	$10\sqrt{3}$	**5p**
6.	75	**5p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	Desenează prisma dreaptă cu baza triunghi echilateral. Notează prisma.	**4p** **1p**
2.	$28-10=18$ elevi participă la cel puțin o olimpiadă. $13+16-18=11$ elevi participă la ambele olimpiade.	**2p** **3p**
3.	Notăm cu x numărul de kilograme de făina necesară pentru a obține $10\cdot 1,8=18$ kg de pâine. Din relația $\frac{120}{100}\cdot\frac{80}{100}\cdot x=18$, rezultă că $x=18,75$ kg grâu.	**1p** **4p**
4.	**a)** Fie $P(a,b)\in G_f$ astfel încât $\lvert a\rvert=\lvert b\rvert$. Atunci $b=-3a+1$ și $b=\pm a$. Dacă $b=a$, atunci obținem punctul $P\left(\frac{1}{4},\frac{1}{4}\right)$. Dacă $b=-a$, atunci obținem punctul $P\left(\frac{1}{2},-\frac{1}{2}\right)$.	**3p** **1p** **1p**
	b) Graficul funcției *f* intersectează axele de coordonate în punctele $A(0,1)$ și $B\left(\frac{1}{3},0\right)$. Unghiul făcut de grafic și axa ordonatelor este $\sphericalangle OAB$, de unde $\text{tg}\,(\sphericalangle OAB)=\frac{OB}{OA}=\frac{1}{3}$.	**3p** **2p**

5.	$\left(\frac{2x-1}{4}\right)^2=\frac{2x-1}{2}\cdot\frac{2x+1}{10x+1}$, de unde $2x-1=0$ sau $(2x-1)\cdot(10x+1)=8\cdot(2x+1)$.	**2p**
	Avem: I. $2x-1=0\Leftrightarrow x=\frac{1}{2}$; II. $(2x-1)\cdot(10x+1)=8\cdot(2x+1)\Leftrightarrow$ $20x^2-24x-9=0\Leftrightarrow x_1=-\frac{3}{10}$ și $x_2=\frac{3}{2}$.	**2p**
	Așadar, $x\in\left\{\frac{1}{2},\frac{3}{2}\right\}$.	**1p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	**a)** $A_{ADE}=\frac{d(A,DC)\cdot DE}{2}$, de unde $d(A,DC)\cdot DE=32$.	**2p**
	$A_{BEC}=\frac{d(B,DC)\cdot EC}{2}$, de unde $d(B,DC)\cdot EC=16$.	**2p**
	Cum *ABCD* este paralelogram, $AB \parallel CD$, de unde $d(A,CD)=d(B,CD)$, deci $DE=2\cdot EC$.	**1p**
	b) Cum *ABCD* este paralelogram, $AB \parallel CD$, deci $d(E,AB)=d(D,AB)$.	**2p**
	Atunci $A_{ABE}=\frac{d(E,AB)\cdot AB}{2}=\frac{1}{2}\cdot d(D,AB)\cdot AB=\frac{1}{2}\cdot A_{ABCD}$	**3p**
	c) Din $F=sim_C B$ deducem că punctul *C* este mijlocul lui *BF*, deci *DC* este mediană în triunghiul *DFB*; conform subpunctului a), *E* este situat pe mediana *DC* la două treimi de vârful *D* și la o treime de baza *BF*, deci *E* este centrul de greutate al triunghiului *DFB*.	**2p**
	Cum *O* este punctul de intersecție a diagonalelor în paralelogramul *ABCD*, deducem că *O* este mijlocul lui *DB*, deci *FO* este mediană în triunghiul *DBF*.	**2p**
	Atunci $E\in FO$, deci punctele *O*, *E* și *F* sunt coliniare.	**1p**
2.	**a)** Notăm cu *P* intersecția diagonalelor trapezului isoscel *ABCD* și obținem triunghiurile dreptunghice isoscele *PAB* și *PCD*, în care medianele corespunzătoare ipotenuzelor sunt și înălțimi.	**1p**
	Din $PO\perp AB$, $PO'\perp CD$ și $AB \parallel CD$ rezultă că punctele *O*, *P* și O' sunt coliniare.	**1p**
	Atunci $OO'=OP+PO'=R+r=21\sqrt{2}$ cm.	**1p**
	Se calculează $PC=18$ cm, $PB=24$ cm, respectiv $BC=30$ cm (conform teoremei lui Pitagora în triunghiul *PCB*).	**2p**
	b) Notăm cu α măsura în grade a unghiului sectorului de cerc corespunzător problemei; atunci $\frac{R-r}{g_{tr}}=\frac{\alpha}{360}$, de unde $\alpha=36\sqrt{2}^\circ$.	**3p**
	Cum $50<36\sqrt{2}<51$ (deoarece $2500<2592<2601$), deducem concluzia problemei.	**2p**

	c) Avem $\frac{V_{con\ mic}}{V_{con\ mare}}=\left(\frac{r}{R}\right)^3=\left(\frac{3}{4}\right)^3=\frac{27}{64}$, de unde $\frac{V_{con\ mare}-V_{con\ mic}}{V_{con\ mare}}=\frac{64-27}{64}$, adică $\frac{V_{trunchi}}{V_{con\ mare}}=\frac{37}{64}$.	**3p**
	Atunci $V_{trunchi}=\frac{37}{64}\cdot V_{con\ mare}<\frac{60}{100}\cdot V_{con\ mare}$, deoarece $37\cdot 100=3700<3840=64\cdot 60$.	**2p**