Simulare Evaluare Naţională 2020

Probă scrisă la matematică

Varianta 1

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

SUBIECTUL I

- **Se punctează doar rezultatul: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.**

SUBIECTUL al II-lea și SUBIECTUL al III-lea

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea punctajului obţinut la 10.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	-4	**5p**
2.	7	**5p**
3.	2	**5p**
4.	1	**5p**
5.	45	**5p**
6.	1	**5p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	Desenează cilindrul circular drept. Evidențiază pătratul *MATE*.	**4p** **1p**
2.	Observăm că $\frac{2}{1\cdot 3}=\frac{3-1}{1\cdot 3}=\frac{1}{1}-\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3\cdot 5}=\frac{5-3}{3\cdot 5}=\frac{1}{3}-\frac{1}{5}$, $\frac{2}{n\cdot(n+2)}=\frac{n+2-n}{n\cdot(n+2)}=\frac{1}{n}-\frac{1}{n+2}$. Înlocuim în relația din ipoteză și, după reducerea termenilor, obținem $1-\frac{1}{n+2}=\frac{2021}{2022}$, de unde $n=2020$.	**3p** **2p**
3.	Notăm cu *e* numărul elevilor veniți în tabără și cu *c* numărul camerelor din pensiune; atunci $e=2c+3$ și $e=3(c-3)+2$. Din egalarea relațiilor obținem $c=10$ și $e=23$.	**3p** **2p**
4.	**a)** Fie $T(a,b)$ punctul căutat. Avem $b=f(a)=-3a+2$ și $b=\frac{a}{3}$. Din calcul rezultă că $a=\frac{3}{5}$ și $b=\frac{1}{5}$, deci $T\left(\frac{3}{5},\frac{1}{5}\right)$.	**2p** **3p**
	b) Graficul funcției *f* intersectează axele de coordonate în punctele $A\left(\frac{2}{3},0\right)$ și $B(0,2)$. Fie *T* proiecția punctului *P* pe dreapta *AB* (graficul funcției *f*). Din relația $PT\cdot AB=BO\cdot AP$, rezultă că $PT=\frac{\sqrt{10}}{2}$.	**2p** **3p**

5.	$E(x)=\dfrac{3x+2}{3x-2}$.	**4p**
	Inecuația din enunț este echivalentă cu $3x+2+1\geq 1$, de unde obținem că mulțimea soluțiilor coincide cu mulțimea numerelor naturale.	**1p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	**a)** Cum triunghiul *ABC* este isoscel și $m(\sphericalangle BAC)=120^\circ$, deducem că $m(\sphericalangle B)=m(\sphericalangle C)=30^\circ$.	**2p**
	Din $m(\sphericalangle BAC)=120^\circ$ și $m(\sphericalangle BAM)=90^\circ$ obținem că $m(\sphericalangle MAC)=30^\circ$.	**2p**
	Am obținut că $m(\sphericalangle MAC)=m(\sphericalangle MCA)$, deci triunghiul *MAC* este isoscel de vârf *M*.	**1p**
	b) În triunghiul *ABM* dreptunghic în *A*, din $\cos 30^\circ=\dfrac{AB}{BM}$ obținem $BM=4$ cm, iar din $\sin 30^\circ=\dfrac{AM}{BM}$ obținem $AM=2$ cm. Atunci $BC=BM+MC=BM+MA=6$ cm.	**3p**
	Cum triunghiul *ABC* este isoscel, $AC=AB=2\sqrt{3}$ cm, iar perimetrul său este egal cu $6+4\sqrt{3}$ cm.	**2p**
	c) Fie *D* proiecția punctului *C* la dreapta *AB*. Triunghiul *ACD* este de tipul $30^\circ-60^\circ-90^\circ$, deci $CD=3$ cm.	**2p** **3p**
2.	**a)** Fie $EH\perp AB$, cu $H\in AB$; cum trapezul *ABED* este isoscel, avem $HB=\dfrac{AB-DE}{2}=2$ cm și aplicând teorema lui Pitagora în triunghiul dreptunghic *HEB* obținem $HE=4$ cm.	**2p**
	Din $a_{tr}=4$ cm și $A_l=3\cdot\dfrac{a_{tr}\cdot(AB+DE)}{2}$ obținem $A_l=96$ cm^2.	**3p**
	b) Aplicăm teorema lui Pitagora în triunghiul dreptunghic *AHE* și obținem că $AE^2=80$ cm^2.	**2p**
	Avem $AE^2+EB^2=AB^2$, deci $m(\sphericalangle AEB)=90^\circ$ (conform reciprocei teoremei lui Pitagora).	**3p**
	c) Din $AE\perp BE$, $AE\subset(ABD)$ și $CE\perp BE$, $CE\subset(CEF)$ obținem că unghiul format de planele (*ABD*) și (*CEF*) este, de fapt, unghiul dreptelor *AE* și *CE*, adică unghiul *AEC*.	**1p**
	Cum triunghiului *AEC* este isoscel de vârf E, alegem *M* mijlocul lui *AC*, iar din triunghiul dreptunghic *AEM* obținem cu teorema lui Pitagora $EM=\sqrt{55}$ cm, de unde $A_{AEC}=5\sqrt{55}$ cm^2.	**2p**
	Considerăm $AT\perp EC$ cu $T\in EC$; atunci din $A_{AEC}=\dfrac{AT\cdot EC}{2}$ obținem că $AT=\dfrac{5\sqrt{11}}{2}$ cm, iar din triunghiul dreptunghic *AET* calculăm $\sin(\sphericalangle AEC)=\dfrac{AT}{AE}=\dfrac{\sqrt{55}}{8}$.	**2p**